

# **Ensino e Aprendizagem da Matemática: Pontos Críticos**

Presidente da Mesa – Paulo Sucena

**PAINEL I**



A minha primeira palavra é de agradecimento ao Senhor Presidente do Conselho Nacional de Educação, pelo convite que me dirigiu para coordenar este painel. É com muita satisfação que o faço, não só porque se trata de uma temática extremamente importante, mas também porque esta é uma matéria que, como é evidente, interessa, sobremaneira, as organizações sindicais dos docentes e eu represento, no Conselho Nacional de Educação, a Federação Nacional dos Professores.

A pertinência deste Seminário impõe-se de tal forma que seria, creio eu, mera retórica sublinhar a oportunidade deste debate ou da sua ampla e diversificada reflexão. Gostaria, todavia, de ressaltar os objectivos fixados para esta iniciativa porque me parecem extremamente pertinentes: a situação do ensino da matemática que, aliás, já começou por ser abordada e que se prende com programas, manuais, avaliação, etc., as estratégias e métodos adoptados e a formação dos professores, algo que é imprescindível porque o acto ensino/aprendizagem não prescinde dos professores. A formação, desde a formação inicial à formação contínua, nesta disciplina ou em qualquer outra disciplina, é algo que, do meu ponto de vista, exige uma reflexão muito aprofundada e o facto de, no caso da matemática, poder vir agora aqui a terreiro parece-me também extremamente importante. Estes objectivos são, de facto, para mim, muito significativos, porque creio que o trabalho produzido durante o dia de hoje vai constituir um contributo valioso para a abertura de caminhos que retirem à matemática atributos que, muitas vezes, a fazem surgir na comunicação social, quase como que uma disciplina maldita.

Espero finalmente que este Seminário possa também contribuir eficientemente para superar estratégias que se assemelham ao ditado popular que diz “depois da casa arrombada, trancas à porta”. Quero eu dizer que não é possível continuar-se como que distraído com o insucesso escolar nesta área, iniciado logo no 1.º ciclo e continuando por todo o ensino básico, o

---

\* Conselho Nacional de Educação

que leva a que o ensino secundário, inexoravelmente, também abrace esse mesmo insucesso. É evidente que esta insuficiência de aprendizagens se vai repercutir negativamente no percurso dos alunos que chegam ao ensino superior. Se o objectivo mais geral que atravessa a estrutura conceptual deste seminário for alcançado, e vai sê-lo, com certeza, o Conselho Nacional de Educação terá contribuído inegavelmente, para que se irradique a ideia de que a tomada de medidas avulsas, seja em que segmento do sistema educativo for, não é em si bastante para resolver o problema do insucesso escolar na disciplina de matemática. O problema é amplo e está complexa e globalmente articulado; exactamente a concepção deste seminário teve isso em conta, e por isso propôs os objectivos que propôs.

Neste primeiro painel, que tem lugar depois do Prof. João Pedro da Ponte ter focado na sua magnífica conferência os pontos críticos no ensino e na aprendizagem da matemática, vai proceder-se a uma segunda abordagem desse mesmo problema. Para ganhar algum tempo, e até porque vi que nas pastas estão pequenas biografias de todos os participantes no painel, vou apresentá-los muito rapidamente.

O painel é constituído pelo Prof. Doutor Luís Sanchez, do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, pelo Prof. Doutor Eduardo Marques de Sá, do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, pelo Doutor Henrique Guimarães, Mestre em Ciências da Educação na área da formação de professores para o ensino da matemática, assistente convidado no Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e, finalmente, pelo Dr. Luís Reis, professor efectivo na Escola Secundária Augusto Gomes, em Matosinhos, actualmente requisitado no Centro de Competência Nónio da Escola Superior de Biotecnologia da Universidade Católica, no Porto.

## PROGRAMAS E METODOLOGIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

LUÍS SANCHEZ\*

O estado de coisas que estamos habituados a criticar no que respeita ao ensino da matemática depende de factores múltiplos. Alguns deles, por natureza complexos, exigem um olhar muito atento e tentativas de solução complexas. Entre esses, conto por exemplo o problema da formação e recrutamento dos professores e o do funcionamento e gestão das escolas.

Nesta intervenção vou referir-me a um aspecto muito parcelar: o da escolha de programas e metodologias de ensino para o nível secundário. A meu ver, este é um problema de abordagem relativamente simples, não sendo admissível, pelo menos até certo ponto, a degradação que se regista entre nós neste aspecto. O levantamento da situação e traçado de um diagnóstico não é muito difícil de fazer, tendo havido algumas intervenções concordantes sobre o assunto ([2, 4, 5, 8]). Se a situação se mantém ao abrigo de correcções significativas, isso deve-se certamente ao peso de uma corrente bem implantada em estruturas académicas e corporativas de profissionais da Educação, com influência nos mecanismos ministeriais, e à inércia ou incapacidade destes para lidar com o problema.

Não tendo havido alterações de nota em relação à situação que já critiquei publicamente em outras ocasiões, terei aqui de repetir, em parte, algumas das minhas convicções a respeito do problema.

Se nos limitarmos a olhar para os itens do programa de Matemática para o Ensino Secundário, constatamos que a lista é razoável e não se pode falar de excessos ou ausências significativas quanto a temas que devam ser cobertos neste nível de ensino. Aquilo com que repetidamente tenho manifestado desacordo é a fraca qualidade global dos documentos oficiais que materializam os programas, e muito particularmente tudo o que tem a

---

\* Departamento de Matemática da Universidade de Lisboa

ver com as indicações metodológicas e as linhas de desenvolvimento das matérias.

Na verdade, os programas oficiais constituem um conjunto de textos prolixos em objectivos de natureza muito geral e em indicações metodológicas de eficácia discutível e duvidosa, mas pobres e ocasionalmente obscuros no que diz respeito aos conteúdos. Para além disso, a linguagem é pouco cuidada e contém erros de sintaxe.

Em minha opinião o elenco das matérias deveria ser claramente delineado e poderiam ser eventualmente mencionadas formas alternativas de abordagem, mas deveria ser deixada uma generosa margem de manobra ao professor para conduzir a aprendizagem dos seus alunos pelos métodos que a formação, a experiência e o bom senso aconselham. Em vez disso, os enunciados respeitantes aos conteúdos são normalmente vagos, enquanto as indicações metodológicas são abundantes, estritas e espartilhantes.

Não me admiro, pois, de que logo no início da aplicação do “reajustamento” dos programas, se tenham registado reacções negativas por parte de docentes. Não me admiro de que tenha sido necessária uma “campanha de esclarecimento” em que equipas de formadores percorreram o país para realizar diante dos seus colegas a necessária exegese dos programas de Matemática publicados pelo Ministério da Educação. Depois de décadas de formação de professores com injeção maciça de didáctica e pedagogia, depois de dezenas (centenas?) de acções de formação, como compreender a necessidade de vir ainda explicar aos professores o que há-de entender-se pelos conteúdos e metodologias que os programas requerem, se não com base na falta de clareza dos mesmos?

Os programas “reajustados” operaram, deliberadamente, um corte pronunciado com a apresentação tradicional de certas matérias. Se é, em abstracto, positivo recorrer a novidades metodológicas de eficácia confirmada para melhorar o ensino e a aprendizagem, julgo que neste caso não houve a reflexão mínima necessária para estimar as vantagens e inconvenientes das novas abordagens. A par de indicações metodológicas muito defensáveis (mas que não podem ser consideradas novidade: qual é o

professor de bom senso que não procura motivar os conceitos, recorrer a situações do “mundo real” e à resolução de problemas para mostrar a utilidade e o poder dos métodos da sua disciplina, que não procura colocar os alunos diante de desafios que desenvolvam as capacidades de raciocínio matemático, que não recusa os exercícios rotineiros como um fim em si?) são introduzidas outras a respeito das quais o mínimo que se pode dizer é que são muito discutíveis. Em consequência, conceitos básicos são introduzidos de forma empobrecida, com o risco de os tornar obscuros, e a própria estrutura da disciplina, como corpo de conhecimentos logicamente encadeados, sai prejudicada. (Entre tantos enunciados relativos a altos e abstractos desígnios do ensino, acaba por ficar esquecido um dos benefícios mais óbvios da aprendizagem da Matemática: o desenvolvimento de capacidades integradas de uso dos mecanismos da descoberta e do raciocínio dedutivo que confirma os resultados.) Nem sempre estão claramente indicados os resultados e as técnicas que devem ser ensinados. Aconselha-se explicitamente a introdução de conceitos importantes sem uma definição aceitável. Não há demarcação entre o que pode e o que não pode ser demonstrado neste nível de ensino.

Não defendo que se exigisse uma grande dose de rigor, mas não posso concordar com a falta de espessura e solidez que caracteriza o ponto de vista explicitado nos programas. É a própria inteligibilidade e sentido dos conceitos que fica em causa. É certo que ocasionalmente se recomendam algumas justificações e demonstrações, mas o resultado global está longe de ser satisfatório. Sobrevaloriza-se a actividade experimental, porventura nem sempre tornando claro que a experiência não é critério de validação de resultados em Matemática. Numa passagem é dado a entender que todas as formas de expressão são aceitáveis, apesar de sabermos bem como é importante a correcção da linguagem nesta disciplina. É negativo o incentivo ao uso de calculadoras em situações em que isso é desajustado (embora tais excessos sejam mais graves nos níveis de escolaridade precedentes).

A tudo isto há que acrescentar uma dificuldade que precede o próprio ensino secundário: é o estado actual do ensino básico, onde, por um lado, as

políticas de sucesso obrigatório têm levado a que os alunos, de um modo geral, não criem verdadeiros hábitos de estudo, e, por outro, pontos de vista semelhantes aos que impregnam os das metodologias propostas para o secundário afastaram do ensino as técnicas elementares de cálculo algébrico. Os programas do secundário tentam preencher esta lacuna na medida do possível, mas o resultado não pode ser satisfatório e a experiência confirma-o. Estou convencido de que uma das sérias razões das dificuldades sentidas pelos estudantes no ensino secundário, e da tão alegada (e real) extensão dos programas, reside no facto de os estudantes terem de se confrontar, de uma só vez, com o domínio de *técnicas* (que deveriam ter sido aprendidas numa fase mais precoce) e de *ideias* que requerem uma disponibilidade intelectual de ordem superior.

Os pontos de vista e as metodologias de que discordo não são novos nem originais. Tornaram-se correntes em determinados círculos ligados à Educação Matemática, tendo sido importados em grande parte dos trabalhos de um escol de pedagogos a que apoios do National Council of Teachers of Mathematics e de instâncias governamentais estadunidenses conferiram grande projecção. Foram implantados no terreno em larga escala nos Estados Unidos e noutros países europeus, e têm gerado grande controvérsia e reacções adversas. Partem do princípio de que o ensino tem de ser centrado exclusivamente no aluno e em consequência desvalorizam o papel do professor; menorizam a importância do domínio de técnicas algorítmicas tão básicas como o cálculo numérico e algébrico; desprezam a sistematização e hierarquização de conhecimentos sem as quais aprender matemática não é possível; julgam, enfim, que se pode desenvolver capacidades de raciocínio matemático independentemente de haver conteúdos sobre os quais raciocinar e capacidade de operar com os objectos matemáticos. Em jeito de legitimação destes princípios “inovadores”, tem havido abundante recurso a fundamentos de Psicologia Cognitiva, mas especialistas desta disciplina consideram tal aplicação inapropriada [1].

Como, em abstracto, tais princípios parecem estar imbuídos de grande novidade e das melhores intenções, não é evidente para muita gente que a



situação deveria ser muito mais reflectida. O desastre dos resultados recentes começou a tornar patente que se escolheu um mau caminho.

O ponto fraco dos princípios, ditos renovadores do ensino da Matemática, que permeiam o discurso de muitos profissionais da Educação e mesmo, em larga escala, o discurso oficial em anos recentes, reside no facto de não estarem validados por nenhuma experiência. Este é um ponto crucial que no meu entender merece muita atenção: com que base, afinal, podemos sustentar as qualidades de uma metodologia por oposição a outra? Sabendo-se que sucessivas “reformas” têm sido realizadas sem avaliação séria de experiências que deveriam precedê-las, e dada a inexistência de tais experiências no caso presente, os que defendem as teorias que sustentam as metodologias a que me refiro deveriam ter a humildade de reconhecer que as defendem por razões ideológicas e não científicas. Este ponto é particularmente sensível porque, quando aqueles princípios são incorporados em programas oficiais, o Ministério da Educação acaba por subscrever a ideologia subjacente e transformá-la em dogma.

Dito isto, quero sublinhar que considero a investigação em matérias de educação e pedagogia uma actividade necessária e útil. É um campo muito difícil, onde as certezas são frágeis. O grande número de variáveis em jogo complica as conclusões a respeito de experiências conduzidas sobre uma amostra de população limitada. Faz mesmo sentido interrogarmo-nos sobre se a experimentação conduzida na sala de aula é reprodutível; e, havendo dúvidas neste ponto, torna-se claro que qualquer generalização de uma experiência se deva revestir dos maiores cuidados.

Há ainda um problema adicional que quero referir. Se a experimentação no campo do ensino e aprendizagem é já à partida difícil, temos ainda que nos interrogar sobre o modo como uma avaliação independente é chamada a intervir antes de se passar às conclusões; pois, como é público, há entre os defensores das novas metodologias sectores muito críticos dos processos de avaliação externos ao microcosmos da sala de aula ou da escola. Em que medida serão fiáveis os resultados de uma investigação que incide muito mais sobre “estudos de caso” do que sobre a

comparação de distintos cenários?<sup>1</sup> Mais sério ainda: estando em jogo um grande número de variáveis a que a situação de aprendizagem é sensível, serão reprodutíveis os resultados de experiências realizadas na sala de aula [3]?

É inevitável concluir, face aos grandes investimentos e aos maus resultados obtidos nos anos recentes, que as decisões políticas em matéria de pedagogia (e isto não vale só para a Matemática) foram tomadas com ligeireza. Os agentes que têm o poder de definir linhas de actuação no ensino têm aqui uma grande responsabilidade, como igualmente a têm os especialistas da área de Educação Matemática, que tão consistentemente têm exercido uma acção de influência no âmbito do Ministério da Educação. É necessário que os políticos sejam mais cautelosos com as medidas a adoptar e que os especialistas em educação questionem com rigor a valia das próprias asserções e se esforcem por colocar as perguntas certas, em busca de respostas despreconceituadas sobre os factores de que depende o sucesso na aprendizagem.

Para concluir em termos práticos, sublinho que em minha opinião,

- 1) Os documentos emitidos pelo Ministério da Educação como programas oficiais devem ser normativos nos conteúdos e não devem tomar partido em matéria cujo suporte único tem carácter ideológico, como se verifica actualmente no que respeita à imposição de certas metodologias.
- 2) Os mesmos documentos devem ser objecto de escrita muito cuidada, com atenção especial à correcção científica e ao bom uso da língua portuguesa. Os padrões de exigência começam aqui.

---

<sup>1</sup> É interessante observar como muitas das críticas à elaboração dos *rankings*, de que tanto se tem falado ultimamente, vêm precisamente de sectores adversos às avaliações externas, muitas vezes coincidentes com os defensores das novas metodologias. Argumentam com a subjectividade inerente à produção dos *rankings*, dado o enorme número de parâmetros com que é possível jogar; mas nunca aplicam este argumento à investigação educacional, pois isso prejudicaria a imagem das suas teorias como verdades científicas incontrovertidas.

- 3) Futuras reformas de grande envergadura não deveriam iniciar-se sem experiências prévias devidamente avaliadas, e não apenas em consequência de convicções individuais ou de um grupo.

## REFERÊNCIAS

1. Anderson, Reder, Simon, Applications and Misapplications of Cognitive Psychology to Mathematics Education, <http://act-r.psy.cmu.edu/papers/misapplied.html> (1997).
2. Eduardo Marques de Sá (coordenador), Isabel S. dos Reis, Miguel Ramos e Jorge Pato, Inovações nos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário – Critérios de elaboração de Programas de Matemática do 7.º ao 12.º ano, Instituto de Inovação Educacional e Sociedade Portuguesa de Matemática, Setembro de 1998.
3. Hirsch Jr., E. D., Classroom Research and Cargo Cults, <http://www.policyreview.org/OCT02/hirsch.html>
4. L. Sanchez, Os novos programas de Matemática para o Ensino Secundário, Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, 36 (1997), 55-60.
5. L. Sanchez, Matemática: “ajustamento” infeliz, Expresso, 9 Ago 1997.
6. L. Sanchez, Para onde vai o ensino da Matemática?, Público, 9 Jul 1998.
7. Santana Castilho, Programas Escolares II, Público, 16 Nov 2002.
8. Análise dos programas de Matemática do Ensino Secundário, documento subscrito pelos Presidentes dos Departamentos de Matemática da UTL, Abril de 2000 (não publicado)



## ALGUNS PONTOS CRÍTICOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

EDUARDO MARQUES DE SÁ\*

*Resumo.* Este artigo contém breves apontamentos sobre o sistema de ensino no nosso País, com natural relevo dado às disciplinas de matemática. Depois da introdução, refiro os manuais, os programas, a flexibilidade, a normatividade, o isolamento da matemática, a avaliação.

### INTRODUÇÃO

Há vários anos estudei, com bastante cuidado, a questão dos programas de matemática do ensino secundário. Foi por aí que comecei, tão mal impressionado fiquei ao ler os programas a que uma filha minha estava a ser submetida nesse nível de ensino. Incomodou-me a falta de qualidade da brochura de 1997 da responsabilidade do Ministério da Educação. Trata-se de um texto em que as frequentes e sérias debilidades de ordem técnica e linguística acompanham opções programáticas de estratégia duvidosa. Isso fez-me reflectir sobre o que eu esperava ter encontrado num texto dessa natureza, aprovado como lei por um ministério da educação: que tratasse a língua materna com elevação e rigor; que fosse simples, claro e eficaz; que traduzisse concepções profundas sobre a matemática e o seu ensino, vistas e orientadas por uma perspectiva cultural e científica de nível muito superior ao do tipo de ensino a regular. Este último ‘postulado’ traduz uma ideia cuja validade me parece óbvia. Mas de modo nenhum significa que um programa (do ensino secundário, por exemplo) deva, a título de enquadramento, referir técnicas matemáticas de alto nível, ou espriar-se em explanações enciclopédicas de calibre vário. Pelo contrário, a elevação da perspectiva e o nível científico devem ter, no meu entendimento, o efeito de simplificar a linguagem, de a tornar cristalina, de lhe dar o rigor e o sentido

---

\* Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

profundo das coisas simples. Não nos esqueçamos que um texto programático se destina a muitos milhares de alunos e professores, a muitos milhares de pais e educadores de culturas e níveis culturais muito diversos.

Não poderei atribuir grande valor a um texto que frequentemente incorra no incumprimento de um dos princípios citados. E muito menos a um programa que frequentemente traia todos eles. Não coloco em causa a generosidade de quem o produziu, e louvo o esforço de quem, mais recentemente, lhe melhorou o Português e a organização, lhe mitigou as incorrecções técnicas.

Pensei, durante algum tempo, que o secundário ia mal “por causa dos programas” e dos tratos que sofriam desde 1991. Mas, nesse aspecto, mudei de opinião: estou convencido de que o grande problema do nosso sistema de ensino, especialmente no que respeita à matemática, se situa no ensino básico e não no ensino secundário. Toda a reforma do secundário, toda a metamorfose nos programas, gramatical, técnica ou estratégica, toda a tentativa de reanimação encontrará terreno minado, muito difícil de fecundar, pela impreparação dos nossos jovens à saída do 9.º ano de escolaridade.

## MANUAIS

Os nossos manuais são muito fracos, a julgar por aqueles que me foi dado analisar em pormenor como membro dum grupo de trabalho da Sociedade Portuguesa de Matemática, em acção conjunta com outras equipas – de língua materna, matemática e ciências – sob coordenação do Instituto de Inovação Educacional.<sup>1</sup> Os livros observados incidiam, então, sobre uma muito larga maioria dos alunos das disciplinas de matemática. Esses manuais, e outros que também li em pormenor, estão escritos numa linguagem rudimentar, muito pobre, com pobres metodologias, com erros técnicos abundantes. E, como que para “compensar” tais características,

---

<sup>1</sup> Dessa colaboração surgiram muitos relatórios, dos quais registo, na bibliografia final, os que considero mais importantes, identificáveis pela referência ao IIE.

usam e abusam de cores garridas e de infantilização sistemática. Trata-se de objectos muito dispendiosos e fracos como instrumentos pedagógicos.

As medidas a tomar para melhoria da qualidade dos nossos manuais devem ser de ordem estrutural, ou estratégica, se preferirem. Uma linha de acção que me parece óbvia, mas ainda não experimentada, consiste em atrair bons autores e, simultaneamente, recusar autores sem qualidade. Com uma tal política lucrariam tanto o público como as editoras. O relatório [Sá *et al.* 1999] apontou deficiências graves na nossa legislação sobre o controlo de qualidade dos manuais e propôs alterações concretas que vão no sentido de uma aproximação ao que a nossa vizinha Espanha pratica.

Será interessante mostrar-vos a seguinte simulação de funcionamento do nosso decreto-lei da política educacional sobre a qualidade dos manuais escolares (cf. [D-L 369/90]). Admitamos que uma entidade da “sociedade civil” (*sic*) (uma associação de matemáticos, por exemplo) decide apresentar queixa por erros encontrados num manual; tem então que elaborar uma “requisição escrita e fundamentada”, a qual é apreciada por uma “comissão científico-pedagógica”, a qual elabora um parecer que fundamente, digamos, a intenção de impor rectificações. O Ministro nomeia, então, uma “comissão de revisão”, com cinco membros: dois professores indigitados por certa direcção-geral, outros dois pelo autor ou editor do manual e um presidente “de reconhecida competência e idoneidade”, que só vota em caso de empate. Em 15 dias, a comissão tem de elaborar um “minucioso parecer” justificando, por exemplo, a obrigatoriedade de autor e editor procederem à rectificação dos erros e omissões detectados, através de errata contendo as correcções necessárias. O Conselho Nacional de Educação dá, também, parecer sobre o minucioso parecer, para subsequente homologação superior. No percurso que apresento, de entre outras opções da trepadeira burocrática, onde se adivinha o vaivém de ofícios, diversas e competentes individualidades se conjuram para a elaboração de uma errata. O decreto-lei explicita quem paga a factura: com excepção, acertadíssima, da rectificação dos manuais, os encargos são imputados a quem se queixa!

Resumindo: em Portugal, cabe à “sociedade civil” a iniciativa de gestação dos manuais escolares. O Ministério da Educação actua a jusante do acto consumado, com um papel supletivo, de natureza cirúrgica e punitiva... e dissuasor de queixas.

Em Espanha (veja-se [R-D 388/1992]), a apreciação e controlo são feitos a montante do processo de produção: editoras e autores devem apresentar ao ministério *projectos editoriais*, que podem ser rejeitados caso não cumpram certos critérios de ordem genérica. De entre os elementos de apresentação obrigatória, destacam-se amostras de partes substanciais dos livros, *com texto e ilustrações definitivos*, para apreciação superior. Estou convicto de que, com legislação deste teor, e havendo os cuidados devidos na apreciação, muitos dos nossos manuais em livre e maciça circulação pelas escolas nunca teriam sido publicados. E que os nossos editores teriam, perante a eventualidade de rejeição, adoptado outro tipo de critérios na selecção e rastreio de eventuais autores.

Se me parece desejável a intervenção estatal no processo que antecede a produção de manuais, preocupa-me, por outro lado, a eventual constituição de uma superestrutura governamental com essas funções. Por exemplo, seria negativo, ou mesmo desastroso, o efeito de se promover uma permeabilidade entre autores de programas e autores de manuais, e entre estes, aqueles e comissões de apreciação de manuais. Para além de uma concorrência de duvidosa legitimidade, isso traria uma conseqüente inibição de um desenvolvimento criativo dos currículos da parte de autores e editores.

Tenho esperança de que, no futuro, após melhores índices de qualidade à saída do Ensino Básico, bons programas, melhores programas possam surgir e, com eles, bons manuais. Devo dizer que não concebo a bondade de uns sem a de outros. Por um lado, um bom autor, ou um bom matemático, pode trazer notável elevação na qualidade dos programas (como aconteceu em Espanha); por outro lado, um programa com escolhas de temas ou tópicos de valor duvidoso e com ordenações e indicações de valor duvidoso, e obrigatório, cria as condições para um duplo efeito



depressor da qualidade dos manuais: o de reproduzir o nível do programa e o de afastar bons matemáticos da produção de manuais escolares. (Texto adaptado de [Sá *et al.* 1999].)

## PROGRAMAS

No nosso País enveredou-se por uma estratégia de estruturação de programas, com centragem nos chamados “processos”, na valorização das competências de alto nível: reflexão, raciocínio, hierarquização, relação, argumentação, entre outras, por esta ou outra ordem. É na desvalorização explícita da memorização e de um ensino rico em factos. Reconheço que, no que respeita à memorização, a posição dos nossos educadores de hoje está um pouco em recuo em relação ao que foi há 15, 20 anos atrás. Mas o recuo deve ser consolidado e não faz mal nenhum que reflectamos sobre o assunto e se recue um pouco mais. Recordo-me ainda do anátema lançado, nesse tempo, sobre expressões como “transmissão de conhecimentos” (os quais continuaram paulatinamente a transmitir-se) e a adjectivação retórica lançada aos “factos”, “meros factos”, “o papaguear sem sentido”, etc., etc. Felizmente, o resgate da memória, pedra basilar de toda a História e de toda a Cultura, vai sendo feito com fundamentação científica cada vez mais forte, especialmente na área da psico-neurologia.

O resultado dessa retórica viu-se no “fracasso da matemática moderna”<sup>2</sup> e sente-se ainda no nosso País, com efeitos prejudiciais nas literacias da leitura, da escrita e da matemática. Por exemplo, sendo a secundarização da memória responsável directa por uma redução da aquisição vocabular, fica, em consequência, afectado o desenvolvimento de competências de ordem superior que dessa aquisição dependam, como a construção sintáctica e a interpretação de textos complexos... e a matemática é uma das pedras deste ‘dominó’. É assim que concebo a vulnerabilidade da aprendizagem da matemática às mudanças metodológicas e de estratégia didáctica. Uma concepção fundamentalista

---

<sup>2</sup> Do título de uma edição em Português dum livro famoso de Morris Kline. Do texto original existe versão recente ‘online’ [Kline 1973].

(sobre, por exemplo, o primado metodológico dos “processos”) pode ter resultados desastrosos a longo prazo, se transposta para a lei, como obrigatória.

Obviamente que não coloco em causa a necessidade de *integração* do que se memoriza. Nem duvido da importância das competências de alto nível, cujo desenvolvimento encaro como uma das finalidades supremas dos processos de ensino e aprendizagem, de acordo com o que largamente explicitaram filósofos e pedagogos desde a antiguidade clássica. A questão é que sem memória não há conhecimento e, muito menos, ‘competência’; considero desprovida de qualquer fundamento a afirmação da fraca importância do conhecimento factual e da prioridade *metodológica* atribuída às ditas competências de alto nível.

Entendo que os nossos programas devem, sem medo, recentrar a questão de um ensino rico em factos, sem medo deles. Uma vantagem que tem sido apontada em níveis etários baixos é a de criar um património comum da turma, com conhecimentos partilhados por todos (cf. [Hirsch 1999] e [Gardner & Hirsch 1999]). O ensino demasiado dirigido, na sala de aula, às competências de alto nível dá enorme vantagem aos alunos com melhor e maior reserva de conhecimentos... adquiridos em casa, por exemplo. Parece-me claro que um jovem de uma família de cultura elevada mais facilmente relacionará factos que conhece, mais facilmente será levado a reflectir e a raciocinar sobre eles, a hierarquizá-los, a integrar novos conhecimentos no contexto dos que já possui e em relação com eles... e assim despertar a curiosidade, o conhecer mais. Uma criança ou um jovem nessas condições pode desenvolver estas e outras competências, de modo natural, com base em conhecimentos adquiridos durante os anos que antecederam o período escolar. Enquanto outra, em situação adversa, dificilmente perceberá o que fazer.

É neste sentido que entendo que um ensino em que se memoriza a memória e, com ela, o conhecimento factual, acaba por tender ao aprofundamento de desigualdades, ao arrepio das intenções do educador.

## FLEXIBILIDADE

Nos quadros seguintes procurei, na medida do possível, traçar os perfis dos pesos curriculares da língua materna e da matemática na Bélgica francófona, no Reino Unido e em Portugal. Refiro estas duas disciplinas em conjunto, por elas serem ‘nucleares’ na aquisição de competências linguísticas básicas, de organização e expressão do pensamento, fundamentais no processamento de outras competências, noutras disciplinas. A forte correlação entre a facilidade de leitura e interpretação e o ‘poder matemático’ são objecto de observação diária, no contacto diário com os nossos alunos. E tal correlação está também patente nas debilidades linguística e técnica, *concomitantes*, dos nossos manuais. Os dados reportam-se a 1997, tendo sido sintetizados a partir da documentação oficial fornecida pelos países referidos.<sup>3</sup>

Língua materna	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º
Bélgica	32	32	32	25	23	23	19	19	–
R. Unido	29	29	24	24	24	24	14	14	14
Portugal	?	?	?	?	16	16	13	13	13
Matemática	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º
Bélgica	18	18	18	18	17	17	15	15	–
R. Unido	21	21	19	19	19	19	14	14	14
Portugal	?	?	?	?	13	13	13	13	13

Cada coluna diz respeito a um ano de escolaridade, do 1.º ao 9.º, e os números representam *percentagens* do tempo lectivo semanal de língua materna, e de matemática, relativamente ao total horário semanal. Exemplificando: na Bélgica francófona, nos três primeiros anos de

<sup>3</sup> O relatório [Cardoso *et al.* 1997] faz uma síntese das composições curriculares em Portugal, Espanha, Bélgica (Comunidade Francesa) e Reino Unido (Inglaterra e País de Gales). As fontes são [Dearing 1993], [D-L 286/89], [MEB 1996].

escolaridade, de um total de 28 horas lectivas semanais eram obrigatórias 9 horas de Francês, o que determina os 32% expressos na primeira tabela; em Portugal, no 2.º e 3.º ciclos, da carga horária semanal de 31 horas, 4 horas eram dedicadas à Matemática, resultando os 13% na última linha da segunda tabela.

No caso da Bélgica, os 12 anos de escolaridade obrigatória estavam divididos em 6+6 (*primário+secundário*); no 9.º ano de escolaridade, a estrutura divergia da nossa, pela separação em duas *vias* de ensino: a *geral* e a *técnica*, com regimes optativos. Isto dificulta a quantificação, pelo que apenas considerei os números até ao 8.º ano.

No Reino Unido, o *National Curriculum* compreende 11 anos de escolaridade obrigatória, na faixa etária dos 5 aos 16 anos. Tem quatro ciclos, os ‘Key Stages’, de 2+4+3+2 anos de escolaridade. Nos documentos oficiais, as cargas lectivas são dadas no seu total por ano lectivo. Para a matemática são as seguintes: 126 horas/ano nos ‘Key Stages’ 1 e 2 e 90 horas/ano, no ‘Key Stage’ 3. Para o Inglês, as cargas anuais são: 180, 162 e 90 horas/ano, nos ‘Key Stages’ 1, 2 e 3, respectivamente.

Os pontos de interrogação representam, como se adivinha, a indefinição da composição curricular do nosso 1.º ciclo. Mais ainda que o desfavor da exposição dos nossos jovens (dos 2.º e 3.º ciclos) às duas linguagens ‘estruturantes’, preocupa-me a entrega das nossas crianças a um sistema que encara com tanta leveza a sua formação, numa idade em que o livre arbítrio dos agentes de ensino pode comprometer, em matéria tão delicada, o seu futuro de aprendizagem.

Procurei saber, há anos, junto de professores primários, de formadores de professores primários, de responsáveis regionais, qual a carga lectiva usual, corrente, costumada, para as disciplinas de matemática no 1.º ciclo. Posteriormente, entreguei a alunos meus a continuação dessa “missão impossível”. As respostas que recebi deixaram-me verdadeiramente alarmado: nuns casos, um inaceitável desconhecimento, noutras casos, a evasiva; sobre os casos em que as respostas foram algo concretas, prefiro não avançar números, para que não me apontem falta de rigor científico...

A flexibilidade curricular não pode confundir-se com o deixar correr o currículo ao sabor da interpretação de cada escola e de cada professor. A desactivação dos sistemas de avaliação, combinada com a indefinição curricular, deu ao 1.º ciclo um estatuto de deriva, especialmente nociva nos primeiros anos de escolaridade. A derrapagem foi sendo anunciada de diversos modos: em avaliações internacionais, que os responsáveis pelo sistema procuram desvalorizar; nos resultados inaceitáveis do 12.º ano, um sinal tardio na vida escolar dos alunos, que os jornais e as pessoas foram aceitando como fado nosso; na enorme taxa de abandono no 10.º ano, que diz bem o ensino básico que temos; nos resultados das avaliações aferidas, em 2000 e em 2001. Note-se que estas incidem sobre competências mínimas, com pontos de avaliação de exigência minimal, pelo que os resultados são mesmo muito pouco animadores.

No meu entender, seria urgente considerar esses múltiplos sinais com preocupação e promover as mudanças estruturais adequadas, conjugadas com um forte reforço das avaliações externas, o reforço da língua materna e da matemática e o fim da indefinição curricular do 1.º ciclo.

O entendimento dos responsáveis foi completamente outro. O decreto-lei 6/2001 mantém a indefinição curricular do 1.º ciclo e cria três novas áreas curriculares não disciplinares, de Formação Pessoal e Social, com carga horária obrigatória nos 2.º e 3.º ciclos. No 2.º ciclo, o decreto-lei atribui cargas horárias às áreas pluri-disciplinares e não às disciplinas, criando uma estrutura flexível que, no futuro, poderá levar a que se insista mais, ou menos, nas competências relativas à língua materna, ou à matemática, ou às ciências, conforme as regiões, as escolas e as turmas; e estabelece uma nova distribuição dos tempos lectivos que produz uma diminuição, relativamente a 1989, do peso curricular das áreas disciplinares,<sup>4</sup> para alimentar as áreas não disciplinares de Projecto, Estudo Acompanhado e Formação cívica, as quais passam a ter um peso curricular de mais de 20%. E o 3.º ciclo pauta-se por critérios análogos, mas de ‘geometria’ *menos variável*.

---

<sup>4</sup> Por exemplo, no 2.º ciclo, a área *Línguas e Estudos Sociais* passou de 39% a 31%, e *Matemática e Ciências* passou de 23 a 21%.

Não me parece que isto dê resposta às preocupações que acima manifestei e àquelas que há anos vêm sendo expressas por dirigentes de ordens profissionais, empresários, economistas: que no estado em que nos encontramos, de muito modesta prestação nas literacias de leitura, de matemática e das ciências, não poderemos ombrear com os níveis que a União Europeia preconiza. É melhor que ouçamos os avisos que nos chegam de fora, e que saibamos agir a tempo e em conformidade, caso contrário as próximas gerações, aquelas que as avaliações aferidas apontaram, não estarão capazes de se confrontar com o ‘centro’ Europeu que, na sua marcha para leste, irá incorporando níveis culturais mais elevados. Temos de constituir um sistema de ensino que se dê ao respeito e tenha reconhecimento internacional.

Para além das características apontadas, ressalta da observação dos sistemas da Bélgica francófona e do Reino Unido uma estratégia clara quanto à exposição dos jovens à língua materna e à matemática: essa exposição é mais intensa nos primeiros anos de escolaridade e vai diminuindo com o suceder dos ciclos escolares. Outra característica que merece destaque e reflexão adequada é a de, nesses sistemas, a flexibilidade que o sistema se dá a si próprio e aos seus agentes *crescer com o nível etário* dos alunos envolvidos. Em Portugal, andamos às avessas.

Para concluir, entendo ser pouco concebível um ensino sem flexibilidade. Mas, por outro lado, uma grande margem de discricionariedade, ainda por cima estabelecida por lei, arrisca uma desregulação do sistema. Flexibilizar numa situação de grande desorganização e indefinição, pouca disciplina e modestíssimo nível de prestação ameaça piorar o estado de coisas e constitui erro político grave.

## NORMATIVIDADE

Defendo um princípio, que me parece salutar, a que chamo *da liberdade e responsabilidade dos professores*. Não é um dogma, contactei com ele aos poucos, lendo textos simples e claros, produzidos nos sistemas

educativos estrangeiros que já referi. Como exemplos transcrevo palavras do Ministro da Educação da Bélgica francófona e uma frase elucidativa dos programas belgas [MEB 1994, 1998]:

Somente [...] os professores, os educadores têm o poder de realmente modificar as práticas pedagógicas. Apenas deles, e de cada um deles, depende em definitivo que os projectos e reformas, por mais ambiciosos que sejam, entrem nas aulas, se tornem no quotidiano dos alunos.

O programa concede aos professores a liberdade de ensinar segundo as vias que lhes pareçam mais bem adaptadas às características dos alunos e das aulas.

Dos nossos programas deviam eliminar-se os normativos de carácter metodológico-didáctico, reforçando a normatividade dos conteúdos, com estabelecimento de balizas claras nas matérias a leccionar. Devia dizer-se aos professores o que ensinar, de forma clara e precisa, e não como devem fazê-lo.

Muitos dos nossos programas, não só na matemática, são legislados no entendimento de que o importante é normativizar os métodos. A normatividade metodológico-didáctica invade a área sensível da competência profissional. Assim, parece-me dogmatismo inaceitável que um legislador imponha opções suas aos seus pares, invadindo-lhes a esfera de acção pedagógica. O legislador tem que respeitar a diferença, não devendo exercer acto redutor da liberdade do exercício da relação pedagógica.

É preciso frisar, com igual destaque, a outra face da moeda: a *responsabilidade* do professor no exercício da sua liberdade. Aos professores deve exigir-se a escolha do método de ensino que melhor se adapte às situações concretas de ensino-aprendizagem.

É fundamental que se abandone o culto das grandes palavras e se simplifiquem os conceitos: as duas últimas linhas que citei dos programas belgas são exemplares. O melhor caminho para que os professores ensinem

passa por produzir programas bem escritos, com normativos simples e claros, e por exigir da sua competência profissional o melhor desempenho. A avaliação dos resultados, das competências adquiridas pelos alunos, será o melhor indicador da sua acção pedagógica. Não tenho tempo para aqui discutir um dos problemas mais candentes a este respeito (cf. [Sá 2000b], [Sá 2002]).

## O ISOLAMENTO DA MATEMÁTICA

Entendo que a iniciação à matemática e ao desenvolvimento das competências que lhe são próprias pode e deve colher os benefícios da sua ligação a matérias de outras disciplinas e às coisas do mundo real. É um princípio dito e redito, muito próximo dos motivos pelos quais referi, mais acima, devermos reavaliar “a questão de um ensino rico em factos”, nos programas de matemática e nos das outras disciplinas.

A ‘Matemática Moderna’ falhou nesse aspecto, ao pretender que se ensinasse pelos fundamentos lógicos dos ‘entes’ matemáticos, a começar nos mais directamente perceptíveis – os naturais e as operações com eles. Os programas mais recentes, de 1991 e 1997, vieram corrigir essa situação.

Penso que devemos reforçar a aproximação da nossa disciplina às matérias de outras, mas isso não chega: será importante que se complemente esta aproximação com um movimento no sentido contrário, de receptividade noutras disciplinas em relação à matemática. Trata-se de promover a matemática junto das outras disciplinas e, antes de mais, não as deixar fugir dela. A eliminação, noutras disciplinas, de certos assuntos por serem impopulares, por demasiado matemáticos, é um atentado ao princípio de que os conteúdos de aprendizagem não deviam ser estanques, como julgo ser óbvio para todos. A matemática está a ser remetida para um reduto em que é abandonada a si própria e onde está, em alguns casos de forma quase autista, a desenvolver certo tipo de competências que deviam ser desenvolvidas também noutras disciplinas.



A maturação de características intelectuais como as que mais acima referi é muito lenta, exige suporte substantivo diversificado, muita insistência, muito tempo lectivo e muito trabalho individual por parte do aluno. Nesta conformidade, devia ser obrigatório o seu desenvolvimento concomitante em outras disciplinas, através de assuntos adequados, cuja selecção ou eliminação não podem ficar, como ficaram, ao arbítrio de especialistas isolados, unidisciplinares. Por ter sido mal interpretado na exemplificação desta matéria, com os casos de muitas taxinomias, da cristalografia, do desenho geométrico, resolvi dar mais desenvolvimento a um dos casos, que remeto para uma adenda final.

## AValiação

Não chega debater o sistema em reuniões e congressos e competir em discussões intelectuais por uma Ideia sobre a educação. Os resultados das últimas avaliações, aferidas e outras, vieram mostrar-nos como o *critério da prática* é decisivo, neste sistema como em qualquer outro. Se após duas dezenas de anos e centenas de decretos-lei nos deparamos com uma geração de jovens com níveis de literacia muito abaixo do aceitável, é porque as estratégias adoptadas pelos ideólogos e políticos não eram boas. Temos que avaliar tudo, os estudantes, os professores, o sistema, os políticos, porque evoluir sem avaliar é andar à deriva.

Do relatório [Bárrios *et al.* 1999] retiro os seguintes excertos:

“Podemos, sem medo de errar, dizer que, de entre os sistemas que analisámos, Portugal destaca-se pela falta de uma prática de avaliação e pela falta de acompanhamento das escolas, dos professores e dos alunos.

[...] Há entre nós uma proverbial verificação tardia de atrasos nesse desenvolvimento intelectual. É de todo em todo condenável que o nosso sistema de escolaridade obrigatória não tenha um só momento de avaliação universal, um só momento de aferição dos critérios de avaliação sumativa. E que um sistema com doze anos de escolaridade só seja externamente avaliado no seu ano terminal, por pressão do acesso ao Ensino Superior.

Tudo se passa como se não quiséssemos ver o insucesso dos nossos jovens; se o medíssemos talvez ganhássemos a consciência de como o evitar. Esse insucesso maciço é o de um sistema que tem adiado as formas de observação, medição e controlo para níveis etários onde ele é irremediável, impedindo medidas de remediação a tempo e horas, e que assim tem lançado milhares de jovens, quando não para fora do sistema escolar, pelo menos para níveis de aproveitamento inaceitavelmente inferiores aos que as suas capacidades naturais possibilitariam”.

No respeitante à matemática, o relatório [Sá *et al.* 1998], refere, de modo incisivo, a necessidade de avaliações externas e universais no final de cada ciclo, em conformidade, aliás, com o que fora dito pelo Ministro de então.

De declarações recentes do Ministro da Educação e de legislação consequentemente publicada ressalta uma intenção quanto ao modo de orientar estas questões próxima do que defendemos. Espero que a mudança tenha sucesso e perdure.

Defendo a realização de avaliações externas e universais no final de cada ciclo, com responsabilização dos alunos no processo e as maiores cautelas quanto ao grau dessa responsabilização. Esta implicação responsável deve implementar-se em quotas crescentes ao longo do tempo e ao longo da escala etária.

Penso que não é conveniente começar por cima, pelo 9.º ano. Seria melhor, quanto a mim, uma implementação de baixo para cima, a começar pelo final do 1.º ciclo. De facto, não podemos esquecer que os primeiros ciclos estiveram longos anos sem serem externamente avaliados e que as avaliações aferidas foram, na perspectiva de muitos estudantes, consideradas como irrelevantes. Fazer, de imediato, exames no 9.º ano, com forte penalização dos (provavelmente muitos) reprovados, faria soçobrar o processo por lhe conferir uma semântica e um carácter inaceitáveis, para além de punir os alunos por responsabilidades nossas, de anos e anos a fio sem uma cultura de avaliação.

*Adenda.* Na intervenção de 28 de Novembro referi, de passagem, o ensino da cristalografia, antigamente praticado nas ciências naturais do 8.º ao 11.º anos de escolaridade, com metodologias interessantes até para padrões de hoje: de modo táctil e prático, com manipulação de sólidos apresentados em complexidade crescente; assim se desenvolvia uma muito forte percepção do espaço tridimensional, pondo em jogo capacidades de observação e referenciação de simetrias, de identificação de características geométricas, de comparação, de classificação, de organização e visualização de volumes.

E comentei que o abandono dessa matéria, sem mais, foi imprudente, por prejudicial ao desenvolvimento das capacidades referidas, que assim foram objectivamente desvalorizadas. Um dos intervenientes no painel qualificou-me como estando “agarrado ao passado”.

O assunto é, para mim, aliciante. Desde logo porque permite ilustrar valores e atitudes essenciais a um cientista, a um matemático e a um professor: o olhar o passado sem preconceitos, procurando tirar dele o que de melhor encontrar.

Na investigação científica, o passado não é contornável, pelo contrário. E o passado é absolutamente essencial à matemática! Um professor de matemática não pode esquecer que a inovação na sua actividade se processa quase exclusivamente no respeitante às metodologias. Ao nível dos ensinos básico, secundário e superior propedêutico, a transposição de matérias para a sala de aula faz-se *do passado*, que deve ser humildemente escrutinado. Todos sabemos que a geometria pontificou, e de que maneira, há dois milénios e meio; que a álgebra, mais jovem, começou há ‘pouco mais’ de um milénio, tornando-se abstracta há cerca de um século; que a análise começou ainda antes de Arquimedes... É este o nosso passado, feito de matérias inteiramente actuais.

Quanto ao ‘passado’ da cristalografia, para além dos muitos nomes da Grécia antiga e do Renascimento que lhe estão ligados, podem encontrar-se inúmeras referências a matemáticos bem conhecidos que publicaram, desde o século XVIII, trabalhos belíssimos na matemática dos cristais. Refiro

ainda o passado recente de uma área chamada *cristalografia matemática* sobre a qual há importante investigação em curso.<sup>5</sup>

Claro que o problema não é o passado da matemática, nem o passado dos cristais nem o da cristalografia. A única coisa relevante é o reconhecimento, ou o não reconhecimento, de que a matemática elementar deve ensinar-se em conexão com matérias de outras disciplinas e com objectos e situações do mundo real. E saber se os cristais (ou os fractais<sup>6</sup>) são, ou não são, objectos interessantes, se conduzem a matemática relevante e *praticável* a esse nível, ou não. Um cristal, para além da fruição estética que desperta, pela multiplicidade de cores e formas e pela ocorrência natural de tantas simetrias e regularidades, constitui um dos exemplos naturais mais perfeitos do trio conceptual *face-aresta-vértice*. E as invariâncias de características geométricas, como os ângulos diedros, dão exemplos notáveis de manifestações ‘macro’ da estrutura molecular do material de que é feito; por outro lado, os milhões de anos que a Natureza leva a fazê-lo e as razões de assim ser inspiram uma saudável atitude de respeito a quem seja levado a pensar nisso: os nossos alunos, por exemplo. Estes e outros meros factos, seguidos, de preferência, pela classificação e caracterização de sistemas de cristalização, podem bem desenvolver-se em aulas de ciências, de física, ou de matemática. Em ligação, por exemplo, com os ‘cristais’ Platónicos. E ainda a história de Maurits Escher e seu irmão Berend, geólogo e professor. Berend Escher, perante os famosos mosaicos de Maurits inspirados na arte mourisca espanhola, pô-lo em contacto, há cerca de 70 anos, com trabalhos matemáticos de cristalografia... a partir daí, como se sabe, o trabalho de M. Escher foi fortemente fecundado por temas

---

<sup>5</sup> Note-se que esta matéria entronca em capítulos extremamente sugestivos da matemática, como o estudo dos mosaicos, rosetas, frisos, papéis de parede, grupos e suas representações. Podem encontrar-se as fontes dos modos habituais, com referência bem elucidativa no *Mathematics Subject Classification*, do ano 2000: *Grupos Cristalográficos* (20H15); *Grupos de Reflexões* (51F15); *Cristais* (82D25, no capítulo 82, da *Mecânica Estatística, Estrutura da Matéria*).

<sup>6</sup> Um exemplo do passado recente sugerido nos programas do secundário, cujo desenvolvimento não pode ultrapassar a fase “ilustrativa”, por ter tratamento teórico inexequível nesse nível de ensino.

matemáticos e constitui, hoje, referência obrigatória como elo privilegiado da ‘nossa’ afinidade com a arte (cf. [Coxeter *et al.* 1985]).

A questão é mesmo aliciante, para mim, pois a planificação de aulas com este tipo de materiais constitui um desafio interessantíssimo, difícil e exigente em termos de conhecimento e reflexão.

*Agradecimento.* Estou reconhecido ao Senhor Secretário-Geral do CNE pela atenção dispensada e aos serviços técnicos do Conselho pelo competente apoio dado na transcrição da versão oral da minha intervenção.

## BIBLIOGRAFIA

[Bárrios *et al.* 1999] Amália Bárrios, Eduardo Marques de Sá, Isabel Cunha, Joana Castro, Jorge Dias de Deus, José Vítor Adragão, Paulo Feytor Pinto, Teresa Peña, *Reflexões sobre Programas de Língua Materna, Matemática e Ciências*, relatório no âmbito do projecto Inovações nos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário Instituto de Inovação Educacional, Dezembro de 1999.

[Bárrios *et al.* 2000] Amália Bárrios, Eduardo Marques de Sá, Isabel Cunha, Joana Castro, Jorge Dias de Deus, José Vítor Adragão, Paulo Feytor Pinto, Teresa Peña, *Reflexões sobre Manuais Escolares e Guiões para Professores de Língua Materna, Matemática e Ciências*, relatório no âmbito do projecto Inovações nos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário, Instituto de Inovação Educacional, Março de 2000.

[Cardoso *et al.* 1997] A.T. Cardoso (ccordenador), E.C. Nunes, M.I. Gaspar, *Planos de Estudos do Ensino Público Não Superior de Quatro Países da União Europeia*, relatório preliminar, Instituto de Inovação Educacional, 1997.

[Coxeter *et al.* 1985] H. Coxeter *et al.*, *M.C. Escher: Art and Science. Proceedings of the International Congress on M.C. Escher, Rome, Italy, 26-28 March, 1985*, North-Holland, Elsevier Science Publisher, Amsterdão, 1986.

[Dearing 1993] Ron Dearing, *The National Curriculum and its Assessment*, The School Curriculum and Assessment Authority, Londres, 1993.

[D-L 286/89] *Decreto-Lei 286/89*, de 29 de Agosto, que estabelece os planos curriculares dos ensinos básico e secundário.

[D-L 369/90] *Decreto-Lei 369/90*, de 26 de Novembro, que estabelece o regime jurídico da política educacional sobre a qualidade dos manuais escolares.

[D-L 6/2001] *Decreto-Lei 6/2001*, de 18 de Janeiro, que estabelece o plano curricular do ensino básico.

[GAVE 2001] Gabinete de Avaliação Educacional, *Resultados do Estudo Internacional PISA 2000*, Ministério da Educação, 2001.

[Gardner & Hirsch 1999] H. Gardner e E. Hirsch, “Opposing Approaches so Johnny Can Read”, artigos no *The New York Times*, 11 de Setembro de 1999.

[Gaspar *et al.* 2001] Ivone Gaspar (coordenadora), José Vítor Adragão, Amália Bários, Joana Castro, Isabel Maria C. da Cunha, Jorge Dias de Deus, Paulo Feytor Pinto, Teresa Peña, Eduardo Marques de Sá, *Três Dimensões Básicas do Currículo*, Instituto de Inovação Educacional, 2001 (a publicar?).

[Hirsch 1999] E. Hirsch, *The Schools we Need, and why we don't have them*, Anchor Books, New York, 1999.

[Kline 1973] Morris Kline, *Why Johnny Can't Add*, 1973, in:  
<http://www.marco-learning.com/default.html>.

[MEB 1994] Ministère de l'Education, *Socles de Compétences*, Bruxelles, 1994.

[MEB 1996] Ministère de l'Education, de la Recherche et de la Formation, *Le Système Educatif en Communauté Française de Belgique*, Bruxelles, 1996.

[MEB 1998] Ministère de l'Education Nationale, *Organization des Etudes*, Bruxelles, 1988.

[PISA 2000] *Knowledge and Skills for Life. First Results from the OECD Programme for International Student Assessment (PISA) 2000*, OCDE, 2001.

[R-D 388/1992] *Real Decreto 388/1992*, de 15 de Abril que regula, em Espanha, a supervisão de manuais e outros materiais didácticos, regulamentado pela ‘Orden’ de 2 de Junho de 1992.

[Sá *et al.* 1998] E. Marques de Sá, Isabel Reis, Miguel Ramos e Jorge Pato, *Critérios de elaboração de Programas de Matemática do 7.º ao 12.º ano*, relatório no âmbito do projecto Inovações nos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário, Instituto de Inovação Educacional e Sociedade Portuguesa de Matemática, Setembro de 1998.

[Sá *et al.* 1999] E. Marques Sá, Isabel Reis, Miguel Ramos e Jorge Pato, *Critérios de Elaboração de Manuais Escolares e Guiões para Professores de Matemática, do 7.º ao 12.º ano*, relatório no âmbito do projecto Inovações nos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário, Instituto de Inovação Educacional e Sociedade Portuguesa de Matemática, Março 1999.

[Sá 2000a] E. Marques de Sá, “Problemas da Linguagem e da Matemática”, conjunto de textos apresentados em *Tema livre: Lógica e Linguagem no Ensino da Matemática*, no âmbito do acompanhamento dos programas do Ensino Secundário, Porto e Lisboa, Abril e Maio de 2000.

[Sá 2000b] Eduardo Marques de Sá, “Problemas da Formação de Professores de Matemática”, in *O Ensino da Matemática na Universidade em Portugal e Assuntos Relacionados*, Publicações do Centro Internacional de Matemática, n.º 14, Coimbra 2000, pp. 22-29.

[Sá 2002] Eduardo Marques de Sá, “Caminhos para a Formação de Matemáticos e de Professores de Matemática”, *Boletim da SPM* 46(2002), 3-18.

[TIMSS 1996-99] *Highlights of Results from TIMSS, Primary School Years; Middle School Years*, TIMSS International Study Center, Boston College, 1996-99 (cf. páginas da ‘internet’: <http://timss.bc.edu/TIMSS1/Highlights.html> e <http://isc.bc.edu/timss1999.html>).





## ALGUMAS DICOTOMIAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

HENRIQUE MANUEL GUIMARÃES\*

“Uma crise só se torna desastrosa quando lhe pretendemos responder com ideias feitas, quer dizer, com preconceitos. Atitude que não apenas agudiza a crise como faz perder a experiência da realidade e a oportunidade de reflexão que a crise proporciona”.

*Hannah Arendt*<sup>1</sup>

Há em relação à educação, à Escola e ao ensino, e, portanto, também relativamente no ensino da Matemática, o sentimento de que vivemos uma situação de crise. Temos a percepção da complexidade dessa situação e das dificuldades que encerra, e apercebemos de múltiplos dissentimentos e aspectos conflitantes, a vários níveis e de natureza variada. Temos ainda a consciência da necessidade (urgência!) de escolhas, de decisões – também a vários níveis e em diversas vertentes – e, simultaneamente, do pouco esclarecimento que persiste a propósito das muitas questões e problemas que motivam, obrigam a essas escolhas e decisões. Há, por fim, o sentimento de que é de uma pluralidade de crises de que se trata, crise reflexo de crises, crise induzindo crises que coexistem em mútua influência, situação crítica que, sabemos bem, não é de hoje nem de ontem.

O painel em que esta intervenção se insere, assume explicitamente como objectivo a identificação de “pontos críticos” no ensino e aprendizagem da Matemática. No adjectivo “crítico” podemos ver,

---

\* Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

<sup>1</sup> Arendt, H. (2000, p. 23). A crise da educação. In O. Pombo (Org. e trad.) *Quatro textos excêntricos*, pp. 21-53. Lisboa: Relógio d'água.

justamente, o propósito de identificar os pontos em que, nesse ensino e aprendizagem, essa crise mais se evidencia. Os pontos em que se manifestam conflitos, dissensões ou controvérsia, porventura por traduzirem ou serem indício da complexidade da situação e das dificuldades que encerra. Mas também, e por isso mesmo, os pontos que a crítica deve privilegiar e, portanto, mais merecedores de atenção, análise e apreciação, num esforço para um maior esclarecimento e melhor compreensão da situação actual do ensino da Matemática e procura de alternativas e caminhos para a sua melhoria.

A forma que encontrei para responder à solicitação que me foi feita consistiu em procurar identificar um conjunto de dicotomias que, do meu ponto de vista, pudessem ajudar a identificar alguns dos “pontos críticos” do ensino e aprendizagem da Matemática e a reflectir sobre situação actual desse ensino.

Consubstanciando uma aspiração que já não era recente, a Lei de Bases de 1986 consagrou uma escolaridade básica universal, obrigatória, gratuita que estendia até aos nove anos, visando, como era estipulado no primeiro objectivo para ensino básico, “assegurar uma formação geral comum a todos os portugueses...”<sup>2</sup>. Tratava-se, simultaneamente, de uma aspiração e uma exigência social, ou uma aspiração que se tornou uma exigência (necessidade!) da sociedade. Podemos, é claro, interrogarmo-nos, em que medida ela é já uma realidade. Se a taxa de abandono é considerada inexistente no 1.º ciclo, ela tem ainda alguma expressão nos restantes ciclos, particularmente no 3.º onde se situa entre 5 e 7% (no 2.º ciclo a taxa de abandono está entre 2-3%) e todos os anos, segundo uma notícia recente, cerca de 40 mil alunos saem da escola sem a escolaridade obrigatória<sup>3</sup>.

Naturalmente, à consagração de um ensino para todos, corresponde a necessidade de uma Matemática para todos, ou se quisermos a necessidade um ensino da Matemática para todos o que, e tolerem-me a auto-citação,

---

<sup>2</sup> In Art. 7 da lei 46/86, bases do sistema educativo.

<sup>3</sup> In Público, 15.10.2002.

considereei numa intervenção em 1990 como um dos grandes desafios com que, em particular, os professores de Matemática se iriam defrontar nas décadas que se avizinhavam<sup>4</sup>. Desafio a que correspondiam e correspondem problemas e dificuldades de entre os quais vou destacar apenas dois, por razões de economia e por me parecerem dos mais relevantes e que, embora gerais, ou por isso mesmo, se aplicam ao ensino da Matemática. Formulo-os utilizando as seguintes duas dicotomias:

#### MASSIFICAÇÃO/UNIFORMIZAÇÃO – INDIVIDUALIZAÇÃO/DIVERSIFICAÇÃO EQUIDADE – QUALIDADE

Após o 25 de Abril, como é sabido, houve um enorme crescimento da população escolar. Entre 1970 e 1994, no 3.º ciclo, por exemplo, o número de alunos matriculados duplicou e, no mesmo período, esse número aumentou doze vezes no ensino secundário<sup>5</sup>. Em finais dos anos 90, excluindo o 1.º ciclo, cuja população tem vindo a diminuir acentuadamente nas últimas décadas essencialmente devido à evolução demográfica, estavam matriculados cerca de um milhão alunos no ensino regular diurno<sup>6</sup>, o que representa mais 600 mil que trinta anos antes e mais 300 mil do que há vinte anos<sup>7</sup>.

Num espaço de tempo relativamente curto, a escolaridade obrigatória passou a abranger muito mais alunos e a durar mais tempo – começa mais cedo e acaba mais tarde – e isto é inegavelmente um bem. Este incremento quantitativo da escolaridade, em termos de frequência escolar e permanência na Escola, trouxe, todavia, uma modificação profunda na composição da

---

<sup>4</sup> Guimarães, H. M. (1990). Nova década, novos desafios. In P. Abrantes e A. Silva (org.), *Actas do VI ProfMat* (vol. I), pp. 23 – 36. Lisboa: APM.

<sup>5</sup> Barreto, António e Preto, Clara Valadas (1996). Indicadores da evolução social. In A. Barreto (org.), *A situação em Portugal, 1960-1995*, pp. 61-162. Lisboa: Instituto de Ciências Sociais.

<sup>6</sup> APM (1998). *Matemática 2001, diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.

<sup>7</sup> Barreto A. e Preto, C. (1996), o. c.

população de crianças e jovens que actualmente a frequentam. O professor hoje confronta-se com alunos muito heterogéneos: do ponto de vista social, económico e cultural, do ponto de vista dos seus interesses e motivações, do ponto de vista das expectativas pessoais relativas aos percursos de vida de cada um, e mais. Trata-se de facto de uma situação que é verdadeiramente nova em relação à qual a Escola está ainda a adaptar-se. No ensino, no nosso caso, da Matemática, os professores vivem quotidianamente essa experiência, têm a consciência vívida da diversidade que os interpela e estão, estamos todos, a aprender como lidar com a heterogeneidade que penetrou a Escola. Este é, acredito, um desafio e um problema, uma dificuldade real para o sistema educativo, para as escolas e para o professor que a meu ver tende a intensificar-se (basta pensarmos no enorme incremento da população imigrada, agora também dos países de Leste) e a generalizar-se, às várias escolas, às várias zonas do país. Um ponto crítico, portanto, também no ensino e aprendizagem da Matemática que, numa pergunta, se poderá formular do seguinte modo: numa escola de massas como integrar positivamente a diversidade?

Coloca-se a este respeito um outro problema, certamente com relações com o que acabei de expor, e também, reconheceremos todos, da maior importância, que é o problema do sucesso dos alunos em Matemática e, correlatamente da qualidade do seu ensino. No relatório do projecto Matemática 2001 da Associação de Professores de Matemática<sup>8</sup> consta que cerca de 40% dos alunos do 9.º ano das escolas da zona da grande Lisboa não atingem o nível três (dados de 1996/97) e, acrescento, trata-se de uma zona onde outros estudos indicam que se localiza a população escolar tendencialmente com maior sucesso. Na verdade, o sucesso em Matemática dos alunos tem sido questionado, questionamento que não é de agora mas que hoje tem sido motivado internamente, pelos resultados dos alunos nas provas aferidas e nos exames nacionais e, externamente, por estudos internacionais como o TIMSS e mais recentemente o PISA que apresentam Portugal com resultados significativamente inferiores à grande maioria dos

---

<sup>8</sup> APM (1998), o. c.

países europeus<sup>9</sup>. Sem querer entrar em muito detalhe, vale a pena chamar aqui a atenção que, neste último estudo, os resultados dos alunos da zona de Lisboa e Vale do Tejo estão próximos da média europeia, aparentemente próximos de países como a Alemanha, a Hungria e a Federação Russa.

Estes estudos e os resultados que apresentam têm provocado alguma agitação, quase sempre mais mediática que educativa e pedagógica e que em geral se desvanece em pouco tempo. Manifestam-se habitualmente posições em dois pólos extremados – reacção muito comum e persistente entre nós – umas, no sentido de ‘esquecer’ ou desvalorizar os números a que esses estudos conduzem, outras, contrariamente, mostrando ver neles o sinal da desgraça maior do país, da calamidade absoluta em que estará o ensino da Matemática em Portugal. Ora, se uma política de avestruz impede desde logo a consideração do problema que exista e mais ainda qualquer tipo de reflexão a esse respeito, a visão destemperada tende a obscurecer ou a dificultar uma compreensão esclarecida. A meu ver, a informação que nos dão os estudos que têm sido feitos sobre os nossos alunos têm certamente um significado que devemos procurar desocultar e compreender, naturalmente sem perder de vista os contextos e propósitos desses estudos e as metodologias utilizadas e, no que respeita aos estudos internacionais, o quadro mais geral do nosso País.

Assume-se hoje que o ensino é para todos, ou seja, em que vale o princípio da equidade, o princípio de que todas as crianças e jovens devem ter oportunidade de estudar, no caso que nos interessa, Matemática. Refiro-me, naturalmente, à escolaridade básica que é obrigatória, sem esquecer, no entanto, que tem ainda algum peso, como vimos, a taxa de

---

<sup>9</sup> Ainda a este respeito, um relatório da UNICEF divulgado em Novembro de 2002 – *A league table of educational disadvantage in rich nations* – coloca Portugal em último lugar entre um conjunto de 24 países da OECD numa ordenação construída a partir de dados do TIMSS e do PISA. Esta ordenação diz respeito a alunos de 15 anos de idade e foi elaborada recorrendo a “cinco medidas” correspondendo às percentagens desses alunos com pontuações inferiores aos limites fixados por esses estudos em: “literacia na leitura” e “literacia em Matemática e Ciências” no PISA 2000 e no TIMSS 1999 ([www.unicef-icdc.org](http://www.unicef-icdc.org)).

abandono neste nível de escolaridade, sobretudo nos anos mais avançados (no ensino secundário a situação é bem mais grave<sup>10</sup>). Mas a equidade no ensino – para não ser um mero contra-senso ou hipocrisia que pode mesmo questionar o sentido e alcance dessa equidade – obriga, a meu ver, a aceitar que, ao nível da escolaridade básica, todos os alunos são capazes de aprender Matemática, ou seja, podem ter sucesso na disciplina, ainda que o sucesso, possa não ser o mesmo em todos os casos. Nem todos aprenderão o mesmo e da mesma maneira, uns, conseguem-lo com mais facilidade do que outros, ou com mais gosto, ou progredindo mais depressa e conseguindo ir mais longe. Mas importa que a Matemática ensinada seja Matemática genuína, relevante e significativa, de acordo, naturalmente, com o nível de escolaridade a que se dirige. Nesta perspectiva, a equidade obriga a qualidade, da Matemática que se ensina, do ensino da Matemática. Compatibilizar equidade e qualidade constituirá certamente um outro ponto crítico no ensino e aprendizagem dessa disciplina.

Se a ‘Escola está doente’ e se há crise no ensino é importante reconhecer elementos de mudança positiva na evolução recente do sistema educativo, na Escola e no próprio ensino. Hoje, a escolaridade obrigatória de nove anos, com os problemas e insuficiências que mencionei, é um dado adquirido. O número de escolas cresceu muito e, em muitos casos, melhoraram as suas condições, sobretudo no que diz respeito ao seu apetrechamento e em particular no que se refere aos meios informáticos e computacionais. Importa todavia dizer que, a este respeito, a situação nas escolas portuguesas está ainda longe de poder ser equiparada com a dos

---

<sup>10</sup> Segundo dados divulgados pelo Eurostat (in *Education attainment levels in 1999s – some key figures*, Laurent Freysson, <http://europa.eu.int/comm/eurostat>), a percentagem da população portuguesa entre os 18 e 24 anos apenas com a escolaridade básica é de cerca de 45%, o que nos coloca no último lugar entre os países da Europa (a média europeia é de cerca de 20%). Para além disso, apenas cerca de 20% dos portugueses entre 25 e 64 anos completam o ensino secundário, o que faz com que Portugal apareça igualmente na última posição, desta vez entre os países da OECD (média 64%, dados de 2001) (in *Education at a glance 2002*, [www.oecd.org](http://www.oecd.org)).

países europeus<sup>11</sup>. Em muitas delas persistem problemas e carências materiais e humanas, bem como dificuldades de organização e dinamização internas, e ao nível das relações com outras escolas, a comunidade, e as estruturas educativas centrais.

Em relação aos professores, o problema de hoje não é de quantidade e, neste âmbito, se soluções imediatistas poderão resolver(?) problemas perto da vista, deixam outros por solucionar e, por vezes, dão origem a mais. Será disto exemplo, quando o problema era de carência, a introdução de professores no sistema de forma pouco criteriosa e sem que muitos deles tivessem tido enquadramento e apoio suficiente para as funções que iam desempenhar. Se porventura agora o problema é de excesso de professores e a opção for a mais expedita – a extinção de cursos de formação, sem que se venha a acautelar o futuro com planeamento orientado e sustentado e com medidas que melhorem o bem-estar profissional dos professores, valorizem a profissão docente e a tornem uma profissão atractiva – é bem possível que venhamos a sofrer, num prazo não tão longo quanto isso, o que vários países actualmente já sofrem: uma grande dificuldade para captar jovens que queiram ensinar nas escolas básicas e secundárias.

Por fim, os programas de Matemática. O movimento de renovação curricular dos anos oitenta culminou com a elaboração dos novos programas de 1991<sup>12</sup> que procuraram integrar as orientações curriculares que então se consideravam importantes para o ensino da Matemática, com alguns problemas de consistência e de articulação, e nem sempre com a mesma profundidade, como à época foi feito notar, muito em especial no que se destinava ao ensino secundário. O programa deste nível de ensino veio a ser reajustado e o que hoje está em vigor difere substancialmente do de 1991 e

---

<sup>11</sup> Segundo dados da OECD, o acesso a computadores dos estudantes portugueses com quinze anos é bem menor que o da média europeia – um computador para 13 alunos, face a um computador para 36 alunos em Portugal, em valores da mediana (in *Education at a glance 2002*, www.oecd.org).

<sup>12</sup> DGEBS, Ministério da Educação (1991). *Organização curricular e programas – Ensino Básico* (Vol. I e II, para o 2.º 3.º ciclos). Lisboa: ME. DGEBS, Ministério da Educação (1991). *Matemática, Métodos Quantitativos – Organização curricular e programas, Ensino Secundário* Lisboa: ME.

procura corresponder as referidas orientações curriculares<sup>13</sup>. Penso que podemos dizer que temos hoje melhores programas sobretudo porque, de um modo geral, constituem um quadro programático que permite um tipo de trabalho matemático com os alunos que antes não era possível ou deparava com muitas dificuldades<sup>14</sup>.

Os actuais programas realizaram na verdade um corte profundo com os que anteriormente vigoravam, quer em termos da sua forma e organização, quer em termos da sua substância. Entre outras coisas, e para o que agora interessa, introduziram um outro conceito de conteúdo de ensino (e de aprendizagem) que engloba, para usar os termos dos próprios programas, “conteúdos”, “capacidades/aptidões”, e “atitudes/valores”. Para além disso, e pela primeira vez em programas de Matemática – pelo menos com o detalhe e desenvolvimento com que foi feito – apresentam orientações metodológicas, quer de nível geral, quer de nível específico, por exemplo, no âmbito da definição de tarefas de aprendizagem e de formas de organização e de trabalho com os alunos. Estas alterações e a análise que faço da sua concretização nas escolas, conduzem-me a uma outra dicotomia que formulo do seguinte modo:

### CONTEÚDOS DE ENSINO – METODOLOGIAS DE ENSINO

As alterações introduzidas pelos ‘novos’ programas e muito em particular o que era proposto ao nível das orientações metodológicas, muitas delas ‘novas’, tendo em conta a prática de ensino mais comum, tornaram manifesta uma tensão que a dicotomia enunciada pretende traduzir, e de que é indício a dificuldade que muitos professores diziam ter em ‘cumprir’ o

---

<sup>13</sup> DES, Ministério da Educação (1997). *Matemática programas, 10.º, 11.º e 12.º anos*. Lisboa: ME.

<sup>14</sup> Graças, por exemplo, à reorganização de que a geometria foi objecto e à importância que lhe foi dada, assim como à estatística, e também à ênfase dada às abordagens intuitivas e à contextualização das tarefas matemáticas, ao relevo dado à integração da tecnologia e das conexões matemáticas, à valorização da aprendizagem em contextos problemáticos e da diversificação de materiais de ensino.



programa com o novo entendimento, ou seja, em leccionar os conteúdos procurando seguir a metodologias sugeridas. Recordo que era corrente ouvir-se nas escolas, e houve estudos que o confirmaram, que com as metodologias propostas (abordagens intuitivas, utilização de materiais e tecnologias, utilização da resolução de problemas e das aplicações da Matemática, trabalho de grupo) era impossível ou difícil cumprir os conteúdos programáticos.

Nos anos sessenta, a chamada reforma da Matemática Moderna, recordo, pretendeu mudar os conteúdos dos programas mas, e embora nem sempre a isso seja dada a devida relevância, pretendeu também mudar os métodos de ensino. Na verdade, foi explicitamente considerado que na reforma dos programas deveria existir “uma revisão dos conteúdos e dos métodos de ensino”<sup>15</sup> da disciplina tendo sido feitas pelos promotores da reforma recomendações nesse sentido, sendo exemplo, a valorização da abordagem intuitiva, a importância dada à compreensão face à mecanização, a ênfase na aprendizagem por descoberta. José Sebastião e Silva, em Portugal, diria também que “a modernização do ensino da Matemática terá que ser feita não só quanto a programas, mas também quanto a métodos de ensino”<sup>16</sup> e deu ele próprio corpo de letra a esta ideia, nomeadamente, nos seus célebres “Guias” para a utilização dos compêndios de Matemática ricos em considerações e sugestões de carácter metodológico, quer de âmbito geral, quer também de carácter específico.

Se as principais modificações no conteúdo e organização curricular propostas no âmbito da Matemática Moderna tiveram grande difusão e penetração nos programas e nas práticas de ensino, o mesmo não aconteceu com as propostas metodológicas que, de um modo geral, não vingaram nas escolas ou tiveram uma persistência muito reduzida. Há autores que, a este propósito, consideram que “as mudanças no conteúdo e na estrutura das disciplinas tendem a durar mais do que as mudanças nos estilos ou

---

<sup>15</sup> OECE (1961, p.11). *Mathématiques Nouvelles*. Paris: OECE.

<sup>16</sup> Silva, José Sebastião e, (1964, p.1). *Guia para a utilização do compêndio de Matemática*. (Vol. 1). Lisboa: MEN.

abordagem de ensino”<sup>17</sup>, ou seja, podemos dizer, nas metodologias. Também em Portugal, as alterações ao nível metodológico que os programas de 1991 preconizavam não foram completamente apropriadas pelos professores e, pelos menos algumas delas, têm ainda uma penetração relativamente reduzida na sua prática de ensino<sup>18</sup>. Os dados do projecto Matemática 2001<sup>19</sup> de algum modo dão suporte a esta possibilidade, pois sugerem que a prática mais habitual nas aulas pode ser traduzida pelo binómio exposição realizada pelo professor – exercícios realizados pelos alunos, e que, em muitos aspectos, as orientações metodológicas dos programas (por exemplo, as que remetem para utilização situações de aprendizagem em Matemática envolvendo a relação com a realidade, actividades de exploração, utilização de materiais, computadores, e trabalho de grupo) têm ainda pouca expressão no trabalho com os alunos.

Um determinado método de ensino pode ser mais favorável do que outro para determinadas aprendizagens, matemáticas ou de outra natureza, que se pretendam promover no aluno. Isto, todavia, nem sempre é óbvio e claro e, para além disso, sabemos bem que o método não é, por si só, garantia dessas aprendizagens, sobretudo quando é identificado com os aspectos mais concretos e técnicos do ensino. Por outro lado, as escolhas metodológicas do professor estão muito relacionadas com as suas concepções relativas à Matemática – por exemplo, sobre a sua natureza e valor, sobre a forma como se produz e desenvolve o conhecimento matemático – mas também relativas ao seu o ensino e aprendizagem – sobre que devem estes incidir? com que finalidades? Estas são algumas razões por que, em meu entender, eventuais mudanças metodológicas, por um lado, são susceptíveis de serem relativizadas com alguma facilidade e, por outro, caso choquem com as concepções mais profundamente enraizadas no professor, são dificilmente adoptadas. A apropriação generalizada de ‘novas’

---

<sup>17</sup> Usiskin, Z. (1985, p. 9). We need another revolution in secondary school mathematics. In C. R. Hirsh & M. J. Zweng (Eds.), *The secondary school mathematics curriculum*, pp. 1-21. Reston: NCTM.

<sup>18</sup> É o que me leva a considerar que não faz qualquer sentido responsabilizar as ‘novas’ metodologias pelo insucesso dos alunos em Matemática de que muito se fala.

<sup>19</sup> APM (1998), o. c.

orientações curriculares e a sua concretização na acção lectiva, em particular as de carácter metodológico, é um processo difícil e demorado e constitui certamente um outro ponto crítico no ensino, nomeadamente, da Matemática. A esta dificuldade, no caso presente, não será também alheia a percepção pouco clara das principais finalidades do ensino da Matemática (de que os próprios programas têm alguma responsabilidade<sup>20</sup>), mas existirão outros constrangimentos que decorrem, por exemplo, do modo como o professor se insere profissão ou das condições materiais e organizativas das escolas.

No espaço que ainda tenho, queria ainda apresentar uma última dicotomia, esta dizendo respeito apenas à Matemática e à ênfase que merecem aos seus diversos aspectos no ensino e aprendizagem:

#### CONTEÚDOS MATEMÁTICOS – PROCESSOS MATEMÁTICOS

Com o primeiro pólo da dicotomia refiro-me aos temas ou tópicos matemáticos, mais amplos ou mais restritos – geometria ou propriedades dos triângulos, funções ou proporcionalidade directa, estatística ou noção de frequência absoluta e relativa, números ou máximo divisor comum. O segundo pólo refere-se, por exemplo, a processos de raciocínio matemático – que incluem as diversas formas do raciocínio demonstrativo mas também o raciocínio conjectural ou plausível – a processos de representação e comunicação matemáticas, de resolução de problemas, de matematização interna ou externa.

Conteúdos e processos fazem parte da Matemática e, como tal, são (devem ser) objecto de ensino, conteúdos de ensino. Uns e outros estão

---

<sup>20</sup> Tem sido reconhecido que os programas actuais integram muitas das orientações curriculares que têm vindo a afirmar-se no quadro actual da situação social e educativa (desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas e de matematização e utilização da Matemática, ao desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemáticos, ao desenvolvimento de atitudes positivas face à Matemática, e outras) mas também que esta integração nem sempre é muito clara e articulada entre as várias componentes curriculares (APM, 1998, o.c.).

íntima e profundamente interligados. Promover o conhecimento e compreensão dos números ou das funções, por exemplo, obriga certamente a convocação e utilização de processos de representação, de raciocínio matemático, de comunicação. Resolver um problema, argumentar matematicamente ou demonstrar uma conjectura exigem a compreensão e utilização de ideias, conceitos, técnicas matemáticas. Em termos do que se espera dos alunos, esta dicotomia é, em muitos aspectos, equivalente à dicotomia (Aquisição de) conhecimentos – (Desenvolvimento de) capacidades e, com ela, pretendo exprimir o sentimento de que no ensino da Matemática existe e persiste, senão uma oposição, pelo menos uma tensão entre os dois pólos que a constituem. Integrar equilibradamente conteúdos e processos (conhecimentos e capacidades) é ainda uma dificuldade, um outro ponto crítico se quiserem, no ensino da Matemática.

Outras dicotomias como, por exemplo, Cálculo – Conceitos, Compreensão – Mecanização/memorização, Intuição – Rigor, Autonomia – Controlo exprimem, como as anteriores, tensões persistentes no ensino e aprendizagem da Matemática, e poderiam também ser convocadas para pensar sobre os pontos críticos nesse ensino e aprendizagem. Com a enumeração de todas elas não pretendo exaustividade ou sistematização e são apresentadas esperando que façam sentido e, sobretudo, que tenham algum poder de interpelação. O raciocínio dicotómico que adoptei pode ser visto como vicioso no que as dicotomias têm de eventualmente redutor e de centrípeto, obrigando a pensar ‘para dentro’, no interior dessas dicotomias. Mas, acredito, têm também carácter virtuoso na medida em que a oposição ou tensão que exprimem faz ressaltar o lado seu dinâmico e centrífugo e obrigam a pensar ‘para fora’ na busca de outros entendimentos e possibilidades.

## ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: PONTOS CRÍTICOS

LUÍS REIS\*

Começo igualmente por apresentar o meu agradecimento ao Conselho Nacional de Educação pelo honroso convite para participar neste painel, esperando para que a minha intervenção seja um contributo para a análise do tema em causa.

Em Portugal, as discussões sobre o ensino e a aprendizagem da matemática têm sofrido um alargamento inusitado. O tema tem servido para alimentar os meios de comunicação social e até os programas eleitorais de partidos políticos, apesar da perspectiva ser quase sempre muito redutora, tipicamente centrada em médias de testes ou exames, e invariavelmente para concluir que Portugal apresenta uma má posição no “ranking” das sociedades educadas, de acordo com os estudos comparativos internacionais, ou que a disciplina de matemática foi a última na corrida de atletismo intelectual que são os exames nacionais (mesmo que tal até nem seja completamente verdade).

### CENÁRIO

Se o problema do ensino e aprendizagem da matemática se reveste de características específicas, não creio que deva ser abordado por si só, desligando-o de problemáticas mais vastas, nomeadamente a da situação da sociedade portuguesa, em geral, e a do sistema educativo, em particular.

Sobre este último, as considerações são breves e nem são minhas sequer: socorro-me do diagnóstico do Doutor Joaquim Azevedo, membro do Conselho Nacional de Educação. Relativamente ao “sonho” de conseguir que a escola receba todas as crianças de modo igual, democratizando o

---

\* Escola Superior de Biotecnologia – Centro de Competência Nónio da Universidade Católica do Porto

acesso e o sucesso escolar e educativo, ele aponta constrangimentos de vários tipos:

- as acentuadas diferenças culturais e de estatutos económicos entre os cidadãos, à entrada da escola;
- o modelo escolar hegemónico que é uniforme, excessivamente fabril e de “produção em série”, que lida muito deficientemente com as desigualdades sociais, com as diferentes personalidades e inteligências dos alunos, com os diversos tipos de escolas e de contextos escolares;
- a subordinação generalizada das escolas ao paradigma da emissão de certificados e diplomas, que legitimam formas tradicionais de estratificação social;
- as instituições escolares, que estão fechadas sobre si mesmas, sobre os professores, sobre a instrução e sobre cada sala de aula, mesmo quando se lhes atribuem vastas missões educativas.<sup>1</sup>

Por outro lado, não podemos ficar indiferentes a alguns indicadores que nos chegam de diferentes sectores, apesar de toda a evolução positiva que as últimas 3 décadas trouxeram, em termos de expansão da escolaridade básica e obrigatória, na generalização do ensino e da formação de nível secundário e na abertura do ensino superior. Refiro-me às altas taxas de abandono escolar precoce, de desvio etário na frequência de cada ciclo de estudos<sup>2</sup>, de analfabetização funcional e ainda ao fenómeno de pobreza na

<sup>1</sup> O fim de um ciclo? – A Educação em Portugal no início do século XXI, Joaquim Azevedo, Edições Asa, 2002, pág.15.

<sup>2</sup> Número de crianças e de jovens que se encontram a estudar num ciclo e cuja idade ultrapassa a “idade ideal” para a frequência do respectivo ciclo (sinalizador de taxas de reprovação e dos mais variados tipos de ineficiência, que resultam da necessidade de frequentar um dado ciclo de estudos mais anos do que aqueles que, em princípio, seriam necessários).

Taxas de desvio da distribuição etária no sistema de ensino, por ciclos, em 1997-98

Ciclo			
1.º (≥ 10 anos)	2.º (≥ 12 anos)	3.º (≥ 15 anos)	Ensino Secundário (≥ 18 anos)
11,9	30,1	28,1	40

Extraído da obra mencionada de Joaquim Azevedo.

população com baixo nível de instrução que habita as zonas rurais e os subúrbios das cidades<sup>3</sup>.

São sinais de alerta que obrigam a um esforço redobrado ao nível educativo. Para tal é urgente um esforço de inovação pedagógica e o incentivo à educação e à formação ao longo da vida.

### MEMORIZAÇÃO *VERSUS* COMPREENSÃO

Entrando mais concretamente nas questões relativas ao ensino e aprendizagem da matemática, começo por relatar a experiência de uma professora.

“Em geometria os alunos tinham aprendido uma fórmula para calcular o comprimento de arco de circunferência. Sabiam calcular o comprimento do arco dado o raio do círculo e a medida do ângulo ao centro e sabiam trabalhar no sentido inverso, isto é, deduzir algebricamente a medida do raio ou do ângulo conhecido o comprimento do arco. Os alunos tinham sido testados na matéria e não apresentaram insuficiências. Tinha a certeza de que todos tinham compreendido. Para a resolução de um problema, pedi aos alunos que encontrassem uma maneira de maximizar a capacidade de lugares sentados numa sala de espectáculos circular que possuía um palco rotativo no centro. Os alunos deveriam melhorar o esquema existente e incorporar no novo desenho alguns requisitos, nomeadamente de segurança. Os alunos trabalharam em pares e tinham de apresentar um desenho à escala do plano final do pavimento da sala.

Não disse como abordar o problema. Parti do princípio que os alunos aplicaríamos a fórmula do comprimento de arco a esquemas de diversas configurações, eventualmente convencendo-se, através do raciocínio e dos resultados numéricos, de qual o melhor desenho possível, a partir do qual me entregariam a planificação final.

---

<sup>3</sup> “Report on Poverty” – Caritas Europa, pág. 60, em [http://www.caritas.org/Upload/C/CEpoverty2002\\_2.pdf](http://www.caritas.org/Upload/C/CEpoverty2002_2.pdf)

Não estava preparada para ver a quantidade de alunos que começaram por um desenho, já de si suficientemente mau. Depois tentaram calcular a capacidade dos lugares sentados de cada fila medindo comprimentos de arco com fio colocado sobre as curvas do desenho à escala! Apesar da exasperante dificuldade desta abordagem e das imprecisões que causava, os alunos pareciam reconciliados com o facto, totalmente desconhecedores de uma ferramenta melhor – a fórmula que tinham acabado de aprender. Aparentemente, aos alunos não podia ter passado despercebida a ideia de que as fórmulas se desenvolveram como uma maneira de medir aquilo que as régua não podiam fazer, visto que na semana anterior se havia aplicado a fórmula para resolver todo o tipo de problemas do manual.

A confiança que até essa altura depositava na capacidade dos testes de papel e lápis fornecerem uma medida fidedigna da compreensão, desapareceu. Moderei-me, pelas implicações que isso trazia para a minha prática lectiva. Obviamente, havia muito que aprender acerca da natureza da compreensão, como se desenvolve no aprendente ao ponto de ser aplicada, como é que surgem as concepções erradas, como detectá-las e removê-las”<sup>4</sup>.

Achei este testemunho muito interessante.

Primeiro, porque sintetiza, a meu ver, aquele que é o objectivo principal a que aspira um professor de matemática com o seu trabalho quotidiano: que o aluno atinja a verdadeira compreensão.

Segundo, porque me identifiquei com as expectativas e as frustrações desta professora.

Terceiro, porque aponta o problema crucial de como nós, professores, confundimos os sinais de compreensão aparente com os de compreensão efectiva. Por exemplo, o aluno que usa as palavras e definições certas, que manipula as fórmulas correctamente ou que responde com respostas que não são as suas, dá a impressão de ter compreendido. De facto, tal pode até

---

<sup>4</sup> Traduzido e adaptado de "Measuring what counts: Memorization versus Understanding", Eva Reeder, em <http://glef.org>



acontecer, porque alguém que compreendeu faz tudo isso, mas também é possível fazê-lo sem compreensão.

Quarto, porque coloca uma questão importante: o grau de compreensão do significado de um conceito só pode ser inferido com confiança quando o aluno pode, de alguma forma, aplicá-lo num contexto concreto?

Quinto, porque sugere uma conclusão: se um bom ensino requer explicações claras, concisas e lógicas, se passa pela resolução de exercícios práticos, isso não é suficiente para que a compreensão de um assunto pela maioria dos alunos passe do nível básico de recordar factos para o nível sofisticado de usar o conhecimento na resolução de problemas.

Por isso, as questões a colocar são:

- que tipos de experiências de aprendizagem levam os alunos a percorrer o *continuum* da compreensão?
- é possível proporcionar essas experiências de modo verosímil na sala de aula tradicional?
- que condições são necessárias para as implementar?
- que critérios adoptar para medir correctamente se houve compreensão?

## VISÕES DE ALUNOS

“Ensinar Matemática é, desde logo, travar um combate para o qual se parte em desvantagem. Porque ainda os estudantes não começaram a conhecer a Matemática que temos para lhes desvendar e já ‘sabem’ que é ‘a pior das disciplinas’ que é o ‘terror absoluto’, que é natural que não gostem, porque ‘na família ninguém tem jeito para a Matemática’ ”.<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup> Ensino da Matemática – Abrir portas para a vida, combater o desamor..., Ana Maria Brito Jorge, Jornal A Página da Educação, Maio 2002, p. 9

Este “desabafo” de uma professora do ensino secundário traduz a existência de uma imagem social negativa da matemática e que contribui, no meu entender, para uma atitude preconcebida de muitos alunos relativamente às suas possibilidades de sucesso, com naturais consequências a nível do empenhamento na sala de aula.

Os alunos têm naturalmente a sua visão da escola e dos pontos críticos que o ensino e a aprendizagem da matemática apresentam. Isso ficou evidente na reportagem feita para o programa “Hora Extra”, exibido no canal de televisão SIC, no dia 5 de Novembro.

Questionado sobre as razões pelas quais frequentava um centro de explicações, o aluno teve estas declarações surpreendentes: “Na escola não presto atenção e aqui sim, faço sempre tudo. Na escola fico mais desatento. Tenho lá os meus amigos e... não dá muito jeito. A turma é pequena, mas nós portamo-nos um bocado mal”. A jornalista prossegue, inquirindo o Miguel sobre os custos. Resposta: “É um esforço que tem de ser feito”. A jornalista insiste: “E quanto a fazer um esforço para estar mais atento na sala de aula?”. O Miguel diz: “Já tentei, mas não dá”.

O mérito deste programa de televisão, quanto mais não fosse, residiu no facto de expor publicamente um problema que muitos professores de matemática enfrentam diariamente, seja no ensino básico ou no ensino secundário: a presença de alunos que, a coberto de apoios extra-escolares, não contribuem para a criação de um ambiente favorável de aprendizagem na sala de aula, chegando mesmo a boicotar o trabalho do professor. Quantas vezes uma situação proposta pelo professor para ser pensada em casa, com o intuito de estimular o raciocínio e a descoberta, traz uma resolução em que se percebe perfeitamente que não partiu do aluno?

O testemunho de outra aluna corroborava a visão do Miguel: “Estamos lá [na sala] a falar, para conviver. Aqui, como estamos a pagar, é diferente. Sentimos a necessidade de justificar o que se paga”.

Nem todas as razões invocadas para a procura de ajuda extra-escolar tiveram este carácter difícil de qualificar. Outra razão foi o apoio

individualizado, que “o professor não consegue dar, porque as turmas são grandes”. Reconheço aqui um problema que se coloca frequentemente aos professores, pelo menos os de matemática. Não creio que possa ter lugar um bom ensino de matemática em turmas grandes. Pelo menos se o tipo de ensino pretende o envolvimento dos alunos em actividades significativas, em trabalhos de grupo, com a utilização de materiais diversificados, por exemplo os manipuláveis ou os tecnológicos, na resolução de situações problemáticas ou de investigações. As turmas grandes são mesmo um forte impedimento para o professor tentar implementar determinado tipo de actividades na sala de aula ou até para estimular a discussão com o grupo-turma e favorecem as aulas expositivas. O tamanho das turmas deveria merecer um cuidado especial quando os alunos sofrem uma transição de ciclo, em particular quando essa transição envolve a mudança de estabelecimento escolar, como é o caso da transição do 1.º ciclo para o 2.º e do 3.º ciclo para o ensino secundário, se tal se verifica de uma escola básica para uma escola secundária. O que tenho observado é que são habitualmente essas turmas que têm um número maior de alunos. Parece-me contraproducente, quando se sabe que o ano de transição é importante para a melhor integração dos alunos. E todos conhecemos os níveis preocupantes de insucesso em matemática que o 10.º ano de escolaridade (por exemplo) apresenta. Abro um parêntese para dizer que na escola onde estou efectivo, já este ano lectivo havia começado quando a Inspeção de Educação obrigou à reformulação da constituição das turmas e dos horários, alegando número insuficiente de alunos em várias turmas do ensino secundário. O que aumentou naturalmente o número de professores com horário-zero.

Permitam-me que continue a explorar as afirmações dos alunos neste programa de televisão, na tentativa de identificar outros eventuais pontos críticos do ensino e aprendizagem da matemática.

“A matéria é dada a despachar”.

“O explicador ensina as coisas de maneira mais fácil. Os professores na escola dão a matéria de outra maneira, complicam”.

“Aqui fazemos mais exercícios”.

“As aulas eram muito teóricas. Eu estava habituado a fazer muitos exercícios”.

“Muita teoria e pouca prática, e os testes são prática”.

Há vários aspectos a considerar, do meu ponto de vista.

Um deles é a extensão dos programas curriculares. Em todos os meus anos de experiência, confesso que nunca consegui leccionar todos os conteúdos que constavam dos programas do 3.º ciclo e sempre tive muita dificuldade em leccionar todos os conteúdos do ensino secundário. A introdução das provas globais veio encurtar o tempo de leccionação nas escolas secundárias a todos os anos de escolaridade, com a excepção do 12.º ano, agravando um problema crónico (ampliado pela generalização de novos programas, em 1993, pelo menos até à introdução dos programas ajustados de matemática). Convém ainda referir que a carga horária semanal da matemática no ensino secundário diminuiu em relação ao que aconteceu no passado. E, no entanto, continua a ser a disciplina que condiciona mais alunos na conclusão do ensino secundário e no acesso ao ensino superior.

Outro aspecto que me parece transparecer das afirmações dos alunos é o da relação utilitária com o saber. De facto, se o sucesso de um aluno se mede por resultados de testes, se os testes são constituídos por exercícios, porque não ter um ensino baseado na resolução de exercícios, que prepare o aluno para a resolução desses testes? A lógica deste raciocínio parece-me inatacável. A não ser que o teste seja constituído por truques e situações inesperadas, longe do que foi tratado nas aulas, ou que ambicione testar algo mais do que a reprodução do que foi ensinado, então temos uma boa receita para obter o sucesso escolar.

Ora o que está em causa em argumentos deste tipo é a visão da matemática como disciplina puramente escolástica. Para estes alunos, o saber acaba por se justificar muito mais pelo seu uso interno e o seu valor escolar do que propriamente pelo seu interesse e pelo seu sentido pessoal e social. Não se estabelece empatia com o trabalho escolar, com as

especificidades do trabalho matemático ou com as propostas do professor. Aprender confunde-se com treinar.

Creio que alguns dos alunos que apareceram na reportagem se podem integrar no conjunto dos que alcançam o sucesso escolar sem serem exemplos de sucesso educativo. Não constituem, com certeza, a maior das preocupações do sistema, mas traduziram, de certa forma, uma visão pobre do papel da matemática no currículo.

Para concluir este ponto, reproduzo a opinião indignada de uma colega: a televisão transmitiu ao país a opinião de que os salvadores do ensino da matemática estão nas academias de explicações, em que se dá a matéria pela ordem e ao ritmo que o explicador entende, desprezando por completo o trabalho da escola. Opinião pertinente, sem sombra de dúvida.

#### ENSINAR MATEMÁTICA<sup>6</sup>

A Matemática é a mais antiga das ciências e aquela em que os valores são os mais permanentes. No entanto, a abordagem e os métodos de estudo variaram segundo as civilizações e as épocas. Se, no passado, a navegação e a astronomia contribuíram decisivamente para a desenvolver, hoje, a informática cria novos meios e novos assuntos de estudo, assim como a investigação matemática beneficia da intuição das outras ciências, as quais, por sua vez, progridem através de ferramentas matemáticas.

A visão da matemática modificou-se muito desde há cinquenta anos. Nessa altura, a matemática parecia ter encontrado a sua unidade na base de uma construção sólida dos fundamentos e das estruturas. Actualmente, o movimento da matemática enriquece-se de problemas, de métodos e de conceitos vindos de outras ciências e práticas, criando novos conceitos e novas teorias e fornecendo matéria para aplicações por vezes imprevistas. Os modelos matemáticos, permitindo simulações, estão por todo o lado e a

---

<sup>6</sup> Referência: "*Présentation des rapports et recommandations*", Comissão de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, em <http://smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/RapportsCommissionKahane.pdf>

matemática desenvolve-se pelas interações com as outras disciplinas, ao mesmo tempo que pelas interações no seu seio. Assim, a matemática está longe de ser assunto dos exclusivamente matemáticos.

O ensino da matemática, como todo o ensino, levanta uma série de questões. Quem ensina e a quem? O quê? Como? Porquê?

A importância do ensino da matemática deve-se medir, não somente pelo que traz de imediato aos alunos para melhor se situarem no conjunto das práticas e dos conhecimentos, mas também, como qualquer outro ensino, pelos trunfos que fornece às crianças ou jovens de hoje para abordarem, ao longo da sua vida, os problemas futuros da humanidade e que hoje apenas podemos pressentir.

A reflexão sobre o ensino da matemática é, por natureza, uma reflexão de fundo. Deve ser confrontada com a visão geral dos jovens, dos pais, e dos próprios professores, de todos os níveis de ensino, cuja prática é a do curto prazo. Deve ser apoiada no conhecimento sobre o movimento das ciências, actual e passado, e sobre uma visão implícita do futuro a longo prazo. Deve ser ambiciosa e audaciosa, e ao mesmo tempo, deve ter em conta as restrições do terreno. Deve casar as análises epistemológicas e didácticas. Deve beneficiar de uma grande variedade de experiências e de sensibilidades. E deve prosseguir, de maneira permanente.